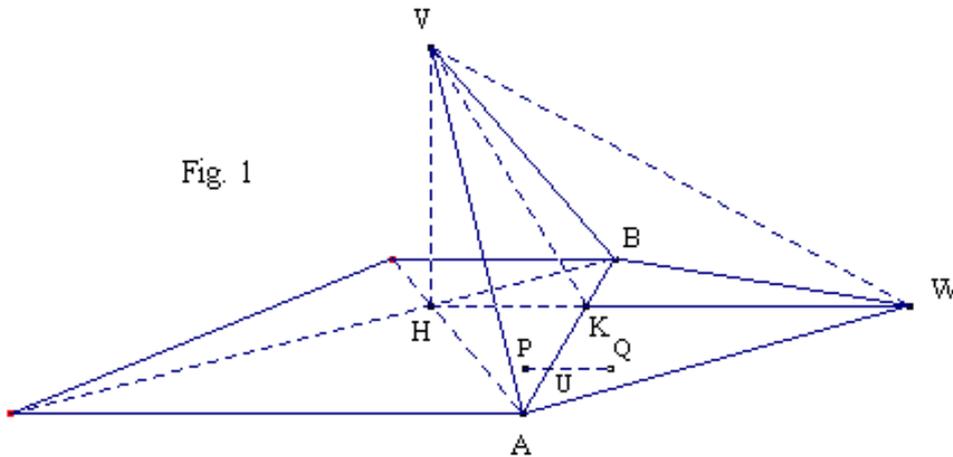


## ANAMORFOSI CATOTTRICHE (PIRAMIDI CON SUPERFICI RIFLETTENTI)

(Fonti: J. F. Nicéron, *“La perspective curieuse, ou magie artificielle ...”*, Parigi 1638;  
Du Breuil, *“La Perspective pratique...”*, Parigi 1642;  
Gaspard Scott, *“Magia universalis naturae et artis”*, Wurtzburg 1657, Parte II, Libro III).<sup>(1)</sup>

In una piramide (limitata) a superficie riflettente, le facce laterali sono specchi triangolari. Considereremo qui soltanto piramidi rette, aventi come base un poligono



regolare, appoggiate su un piano  $\pi$ ; e supporremo che l'osservatore collochi il suo occhio al di sopra di  $\pi$ , in un punto appartenente al prolungamento dello asse. Indichiamo con  $\alpha$  la sezione

normale dell'angolo diedro che ogni faccia forma con  $\pi$ ; con  $h$  l'altezza della piramide. (Nella Figura 1, dove è esemplificato il caso di una piramide a base quadrata,  $\alpha = VKH$ ,  $h = VH$ )

Faremo inoltre l'ipotesi (irrealizzabile nella realtà) che l'occhio  $O$  sia a distanza infinita dal vertice.

In queste condizioni:

- ogni faccia (purché sia  $\alpha > 45^\circ$ ) potrà riflettere soltanto i punti di  $\pi$  (esterni alla piramide) che si trovano all'interno di un triangolo avente base in comune con la faccia considerata, e altezza che dipende da  $\alpha$  e da  $h$  (nell'esempio di Figura 1,  $ABW$  è il triangolo riflesso dalla faccia  $ABV$  per chi si trova in  $O$ );
- l'immagine virtuale prodotta dai punti di  $\pi$  riflessi da una faccia della piramide apparirà anch'essa come un triangolo (interno alla piramide): quello ottenuto proiettando tale faccia su  $\pi$  dalla posizione in cui l'occhio si trova (nell'esempio di Figura 1,  $ABH$  è il triangolo virtuale proveniente dal triangolo reale  $ABW$ : triangoli con questa proprietà saranno d'ora in poi designati come **corrispondenti**);
- le regioni triangolari di  $\pi$  visibili da  $O$  sono separate (disgiunte): ma le loro immagini virtuali si riuniscono e si saldano, ricomponendo il poligono di base della piramide, nel centro del quale hanno un vertice in comune;
- se si desidera vedere, guardando da  $O$ , una immagine virtuale unica che occupi l'intero poligono di base della piramide, occorre allora smembrare questa

immagine su  $\pi$  in molti disegni reali separati (in numero uguale alle facce della piramide);

- valgono tutte le considerazioni svolte nella scheda introduttiva (paragrafo B) a proposito di un generico specchio piano inclinato; quindi se (cfr. sempre Figura 1) Q è un punto reale di  $\pi$ , P la sua immagine virtuale entro la base del poligono, U il punto comune alla retta PQ e al lato di base della piramide che separa i triangoli corrispondenti a cui P e Q appartengono, sussiste la relazione:

$$\frac{UQ}{UP} = -\frac{l}{\cos 2\alpha};$$

- prendendo come origine di un riferimento cartesiano il punto H e come asse delle ascisse la retta passante per H e perpendicolare alla base di due triangoli corrispondenti, la relazione che collega i punti P(x; y) del triangolo interno a quelli Q(x'; y') del triangolo esterno si può scrivere:

$$\begin{cases} x' - k = \frac{x - k}{\cos 2\alpha} \quad (*) \\ y' = y \end{cases}$$

dove  $k$  dipende dalla natura del poligono di base della piramide. (nell'esempio di Figura 1 – piramide a base quadrata di lato  $2a$  – è  $k = a$ ; inoltre l'altezza del triangolo ABW – distanza di W da AB – e delle altre tre regioni triangolari di  $\pi$  visibili da O risulta:

$$KW = -\frac{h}{\tan \alpha \cos 2\alpha}).$$

Il numero  $n$  dei lati del poligono di base determina anche il numero delle coppie di triangoli corrispondenti a cui applicare la (\*): è ovvio che, spostandosi da una coppia all'altra, dovrà essere cambiato di volta in volta il sistema di riferimento (sottoponendolo a  $n$  rotazioni successive di centro H e ampiezza  $\frac{2\pi}{n}$ ).

Le (\*) – equazioni che rappresentano una particolare omologia affine (stiramento) – sono state usate per tracciare i quattro disegni visibili (sul piano di base della piramide) nel modello fisico che concretizza l'esempio di Figura 1. (Per la verità, sarebbe stato più corretto usare le equazioni di una omologia, dato che l'occhio O è a distanza finita: cfr. scheda introduttiva, paragrafo C; ma se osservatore e vertice della piramide sono abbastanza lontani -qualche metro- l'effetto ottico è praticamente identico).

La Figura 2 (sempre con riferimento al modello fisico realizzato) mostra le quattro regioni triangolari visibili da O (i punti di  $\pi$  esterni ad esse non possono essere riflessi dagli specchi) entro le quali è “smembrata” (in quattro immagini reali) la figura che per l'osservatore si ricompone virtualmente entro i quattro triangoli interni al quadrato di base (se l'occhio fosse collocato vicino al vertice la “saldatura” non sarebbe completa e il ricorso alle (\*) risulterebbe palesemente scorretto).

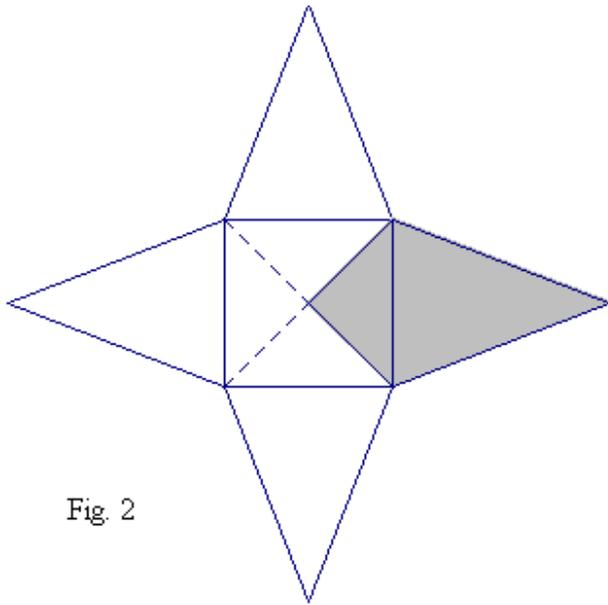


Fig. 2

Le quattro immagini reali costituiscono un'anamorfose della figura virtuale: anamorfose catottrica, perché per riconoscere l'oggetto rappresentato occorre uno strumento d'osservazione (in questo caso, l'anamorfoscio è una piramide a base quadrata con facce riflettenti, con dimensioni uguali a quelle previste da chi ha eseguito i disegni).

In figura è evidenziato anche il deltoide costituito da due triangoli corrispondenti (aventi la base in comune, la quale rappresenta un "segmento unito" nella trasformazione che partendo dai punti del triangolo "interno" manda in

quelli corrispondenti del triangolo "esterno", o viceversa).

Le due Figure seguenti (3 e 4) suggeriscono infine che cosa accadrebbe se si volesse utilizzare, per costruire l'anamorfose, una piramide retta a base esagonale, ottagonale...., dodecagonale ecc.: il numero delle parti in cui la figura da ricomporre deve essere smembrata aumenta in corrispondenza al numero dei lati; i deltoidi costituiti da due triangoli corrispondenti si "assottigliano" (il segmento unito diventa sempre più corto); risulta sempre più difficile decifrare, senza un anamorfoscio adeguato, l'oggetto rappresentato nei disegni eseguiti su  $\pi$ .

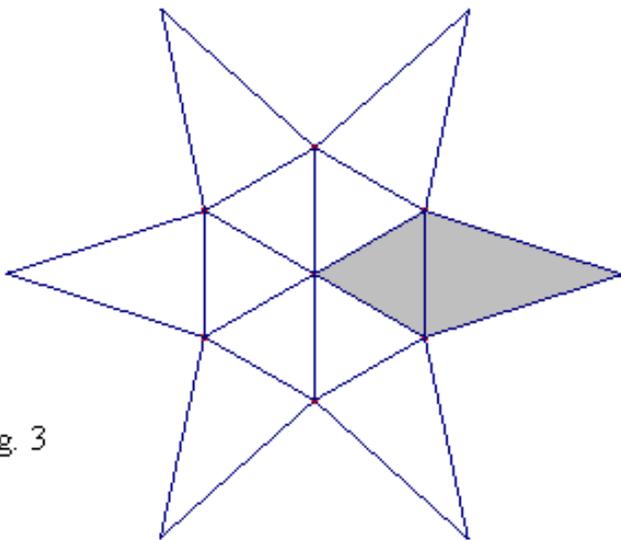


Fig. 3

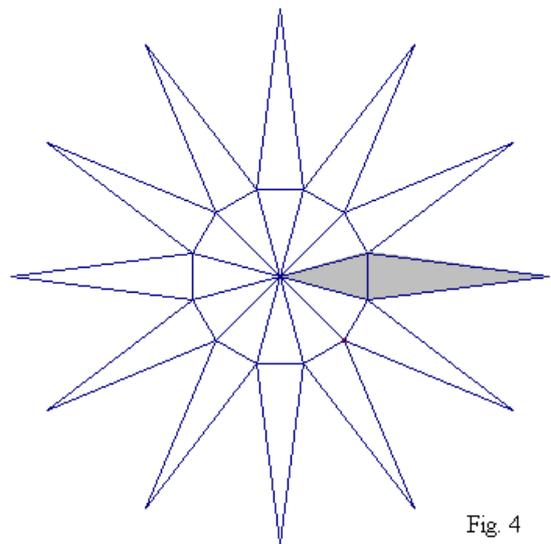
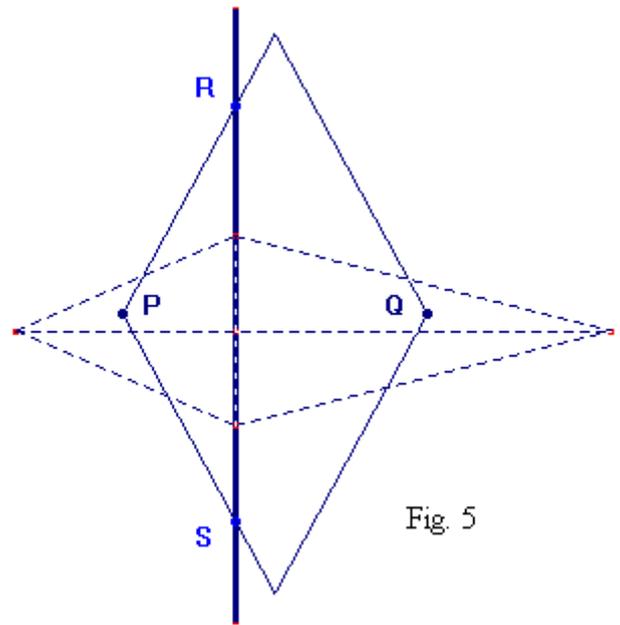


Fig. 4

Esiste uno strumento con cui si può meccanizzare l'esecuzione del disegno: il "proiettore" del Delaunay (rombo articolato, dotato di cursori R ed S disposti come in Figura 5), che produce uno stiramento. La scanalatura RS si appoggia su uno dei segmenti uniti ; il punto (di partenza) P, interno a uno dei triangoli che ricoprono la base della piramide (quello che ha come lato il segmento unito su cui appoggia RS), percorre un modello concreto della figura virtuale che si dovrà vedere attraverso lo specchio decodificatore (precisamente, la parte del modello contenuta nel triangolo prescelto); il punto (di arrivo) Q traccia allora con moto continuo nel triangolo corrispondente uno dei "pezzi" della figura reale. Poi si sposterà la scanalatura RS su un altro dei segmenti uniti, ripetendo l'operazione. (Notiamo che lo spostamento di RS interrompe il funzionamento continuo della "macchina": le "discontinuità" saranno in numero uguale a quello dei lati della piramide).



<sup>(1)</sup> Nel trattato di Schott, (*De Magia anamoptica*) la parte dedicata alle anamorfosi catottriche ha come titolo "*De Anamorphosi Catoptrica, sive de reformatione imaginum deformatorum per radios reflexos seu per specule*". I metodi degli autori del Seicento sono naturalmente diversi da quelli (fondati sulla teoria delle trasformazioni) che abbiano qui utilizzato.